Propagazione in mezzi omogenei

Soluzione di onda piana nel DT

$$\vec{e}(\vec{r},t) = \vec{e}_+(\vec{r}\cdot\hat{k} - vt)\,,$$
$$\vec{h}(\vec{r},t) = \frac{1}{\zeta}\hat{k}\times\vec{e}_+(\vec{r}\cdot\hat{k} - vt)\,,$$

con $\hat{k}$ versore di propagazione dell'onda e

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,, \qquad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\,.$$

Per il vuoto $\varepsilon_0 = 8.854185\,10^{-12}\,F/m$ e $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}\,H/m$, da cui

$$\zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \simeq 120\pi \simeq 377\,\Omega\,, \qquad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c \simeq 300\,10^6\,m/s\,.$$

Soluzione di onda piana nel DF

$$\vec{E}(\vec{r},\omega) = \vec{E}_+(\omega)\,\exp(-j\vec{k}\cdot\vec{r})\,, \qquad \hat{k}\cdot\vec{E}_+ = 0\,,$$
$$\vec{H}(\vec{r},\omega) = \frac{1}{\zeta}\vec{k}\times\vec{E}(\vec{r},\omega)\,,$$

dove $\hat{k}$ è il versore di propagazione dell'onda e $\vec{k} = k\,\hat{k}$ con

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} = \beta - j\alpha\,, \qquad \vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2\varepsilon\mu = k^2\,.$$

Lunghezza d'onda $\lambda = 2\pi/\beta$. Velocità di fase $v_f = \omega/\beta$. Velocità di gruppo $v_g = \partial\omega/\partial\beta$.

Plasma ad un solo costituente, freddo e privo di collisioni

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_0\left\{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right\}\,, \qquad \omega_p^2 = \sqrt{\frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m}}\,,$$

con N numero di elettroni per unità di volume. Nel caso della ionosfera, essendo la carica dell'elettrone $q = -1.602\,10^{-9}\,C$ e la massa dell'elettrone $m = 9.10956\,10^{-31}\,Kg$, si ha

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \simeq 8.98\sqrt{N}\,.$$

Velocità di fase $v_f = c/\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}$. Velocità di gruppo $v_g = c^2/v_f$.

Mezzo dielettrico

E' detto mezzo dielettrico un mezzo per cui $\mu \simeq \mu_0$ e $\sigma/\omega\varepsilon << 1$.
Nel caso in cui oltre alla conducibilità σ siano presenti perdite di isteresi dielettrica, cioè $\varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2$, si ha

$$k \simeq \omega\sqrt{\varepsilon_1\mu_0}\left(1 - j\frac{\tan(\gamma)}{2}\right)\,,$$
$$\zeta \simeq \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}\left(1 + j\frac{\tan(\gamma)}{2}\right)\,,$$

dove γ è definito angolo di perdita

$$\tan(\gamma) = \frac{\sigma + \omega\varepsilon_2}{\omega\varepsilon_1}\,.$$

Mezzo conduttore

E' detto mezzo conduttore un mezzo per cui $\sigma/\omega\varepsilon >> 1$.

$$k \simeq (1-j)\sqrt{\frac{\omega\mu_c\sigma}{2}}\,,$$
$$\zeta \simeq (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_c}{2\sigma}}\,,$$

da cui, definendo $\delta = \sqrt{2/\omega\mu_c\sigma}$ profondità di penetrazione,

$$k \simeq \frac{1-j}{\delta}\,, \qquad \zeta \simeq \frac{1+j}{\sigma\delta}\,.$$

Condizioni al contorno

mezzo reale	p.e.c	p.m.c.
$\widehat{n}\times\vec{E}_1\Big\|_S = \widehat{n}\times\vec{E}_2\Big\|_S$	$\widehat{n}\times\vec{E}_1\Big\|_S = 0$	$\widehat{n}\times\vec{E}_1\Big\|_S = -\vec{J}_{ms}$
$\widehat{n}\times\vec{H}_1\Big\|_S = \widehat{n}\times\vec{H}_2\Big\|_S$	$\widehat{n}\times\vec{H}_1\Big\|_S = \vec{J}_s$	$\widehat{n}\times\vec{H}_1\Big\|_S = 0$
$\widehat{n}\cdot\vec{D}_1\Big\|_S = \widehat{n}\cdot\vec{D}_2\Big\|_S$	$\widehat{n}\cdot\vec{D}_1\Big\|_S = \rho_s$	$\widehat{n}\cdot\vec{D}_1\Big\|_S = 0$
$\widehat{n}\cdot\vec{B}_1\Big\|_S = \widehat{n}\cdot\vec{B}_2\Big\|_S$	$\widehat{n}\cdot\vec{B}_1\Big\|_S = 0$	$\widehat{n}\cdot\vec{B}_1\Big\|_S = \rho_{ms}$

Polarizzazione di un'onda piana

$$\vec{e}(z,t)|_{z=0} = e_x\hat{x} + e_y\hat{y} = a_x\cos(\omega t + \delta_x)\hat{x} + a_y\cos(\omega t + \delta_y)\hat{y}\,.$$

- *Polarizzazione lineare*: a_x, a_y qualunque, $\delta = \delta_y - \delta_x = 0$ oppure $\delta = \delta_y - \delta_x = \pi$.

  Angolo che il vettore campo elettrico forma con l'asse x al variare del tempo

  $$\alpha = \arctan(e_y/e_x) = \arctan(a_y/a_x) = \text{cost}\,.$$

- *Polarizzazione circolare*: $a = b$, $\delta = \delta_y - \delta_x = \pm\pi/2$.

  $\delta = \delta_y - \delta_x = +\pi/2$ polarizzazione circolare sinistrorsa (LHCP);

  $\delta = \delta_y - \delta_x = -\pi/2$ polarizzazione circolare destrorsa (RHCP).

  Angolo che il vettore campo elettrico forma con l'asse x al variare del tempo

  $$\alpha = \arctan(e_y/e_x) = \mp\omega t\,.$$

- *Polarizzazione ellittica*: a_x, a_y arbitrari, $\delta = \delta_y - \delta_x$ arbitrario.

  $0 < \delta = \delta_y - \delta_x < \pi$ polarizzazione sinistrorsa (LH);

  $-\pi < \delta = \delta_y - \delta_x < 0$ polarizzazione destrorsa (RH).

  Angolo che il vettore campo elettrico forma con l'asse x al variare del tempo:

  $$\alpha = \arctan(e_y/e_x) = \arctan\left(\frac{a_y\cos(\omega t + \delta_y)}{a_x\cos(\omega t + \delta_x)}\right).$$

  Angolo di orientazione ψ (angolo compreso tra l'asse x e il semiasse maggiore)

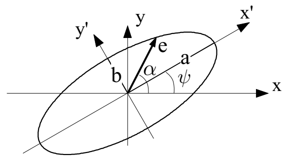
  $$\tan(2\psi) = \frac{2a_xa_y}{a_x^2 - a_y^2}\cos(\delta)\,.$$

  Semiasse maggiore a e minore b dell'ellisse

  $$a = \frac{a_xa_y|\sin(\delta)|}{\sqrt{a_x^2\sin(\psi)^2 + a_y^2\cos(\psi)^2 - a_xa_y\sin(2\psi)\cos(\delta)}}\,,$$

  $$b = \frac{a_xa_y|\sin(\delta)|}{\sqrt{a_x^2\cos(\psi)^2 + a_y^2\sin(\psi)^2 + a_xa_y\sin(2\psi)\cos(\delta)}}\,.$$

  Angolo di eccentricità γ

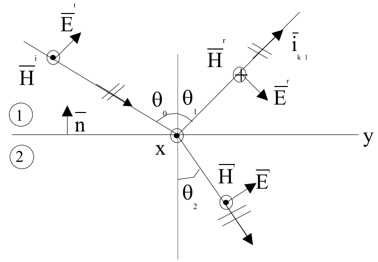
  $$\tan(\gamma) = \pm\frac{b}{a}\,,$$

  dove

  $$\sin(2\gamma) = \frac{2a_xa_y}{a_x^2 + a_y^2}\sin(\delta)\,, \qquad -\frac{\pi}{4} \le \gamma \le \frac{\pi}{4}\,.$$

Riflessione e rifrazione di un'onda piana alla superficie di discontinuità fra due mezzi

Polarizzazione Parallela



Polarizzazione parallela: geometria del problema.

- **Campo incidente**

  $$\vec{E}^i = \vec{E}_+^{(1)}e^{-jk_1\hat{i}_{k_1}\cdot\vec{r}}\,,$$
  $$\vec{H}^i = \frac{1}{\zeta_1}\hat{i}_{k_1}\times\vec{E}^i\,,$$

  con $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ e

  $$\vec{E}_+^{(1)} = E_+^{(1)}(\cos\theta_1\hat{y} + \sin\theta_1\hat{z})\,, \qquad E_+^{(1)} \in \mathbb{C}$$
  $$\hat{i}_{k_1} = \sin\theta_1\hat{y} - \cos\theta_1\hat{z}\,.$$

  Quindi

  $$\vec{E}^i = E_+^{(1)}(\cos\theta_1\hat{y} + \sin\theta_1\hat{z})e^{-jk_1\sin\theta_1 y}e^{jk_1\cos\theta_1 z}\,,$$
  $$\vec{H}^i = \frac{E_+^{(1)}}{\zeta_1}\hat{x}e^{-jk_1\sin\theta_1 y}e^{jk_1\cos\theta_1 z}\,.$$

- **Campo riflesso**

  $$\vec{E}^r = \vec{E}_-^{(1)}e^{-jk_1\hat{i}_{k_1'}\cdot\vec{r}}\,,$$
  $$\vec{H}^r = \frac{1}{\zeta_1}\hat{i}_{k_1'}\times\vec{E}^r\,,$$

  con

  $$\vec{E}_-^{(1)} = E_-^{(1)}(\cos\theta_1\hat{y} - \sin\theta_1\hat{z})\,, \qquad E_-^{(1)} \in \mathbb{C}$$
  $$\hat{i}_{k_1'} = \sin\theta_1\hat{y} + \cos\theta_1\hat{z}\,.$$

Quindi

$$\vec{E}^r = E_-^{(1)}(\cos\theta_1\hat{y} - \sin\theta_1\hat{z})e^{-jk_1\sin\theta_1 y}e^{-jk_1\cos\theta_1 z}\,,$$
$$\vec{H}^r = -\frac{E_-^{(1)}}{\zeta_1}\hat{x}e^{-jk_1\sin\theta_1 y}e^{-jk_1\cos\theta_1 z}\,.$$

- **Campo trasmesso**

$$\vec{E}^t = \vec{E}_+^{(2)}e^{-jk_2\hat{i}_{k_2}\cdot\vec{r}}\,,$$
$$\vec{H}^t = \frac{1}{\zeta_2}\hat{i}_{k_2}\times\vec{E}^t\,,$$

con

$$\vec{E}_+^{(2)} = E_+^{(2)}(\cos\theta_2\hat{y} + \sin\theta_2\hat{z})\,, \qquad E_+^{(2)} \in \mathbb{C}\,,$$
$$\hat{i}_{k_2} = \sin\theta_1\hat{y} - \cos\theta_1\hat{z}\,.$$

Quindi

$$\vec{E}^t = E_+^{(2)}(\cos\theta_2\hat{y} + \sin\theta_2\hat{z})e^{-jk_2\sin\theta_2 y}e^{jk_2\cos\theta_2 z}\,,$$
$$\vec{H}^t = \frac{E_+^{(2)}}{\zeta_2}\hat{x}e^{-jk_2\sin\theta_2 y}e^{jk_2\cos\theta_2 z}\,.$$

Coefficiente di riflessione parallela

$$\Gamma_\parallel = \frac{\vec{E}^r\cdot\hat{y}}{\vec{E}^i\cdot\hat{y}} = \frac{E_-^{(1)}\cos\theta_1}{E_+^{(1)}\cos\theta_1} = \frac{\zeta_2\cos\theta_2 - \zeta_1\cos\theta_1}{\zeta_2\cos\theta_2 + \zeta_1\cos\theta_1}\,.$$

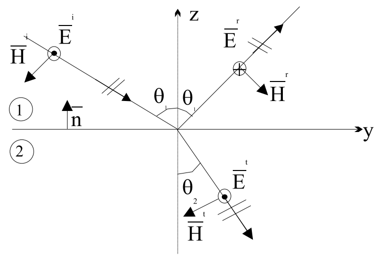
Coefficiente di trasmissione parallela

$$\tau_\parallel = \frac{\vec{E}^t\cdot\hat{y}}{\vec{E}^i\cdot\hat{y}} = \frac{E_-^{(2)}\cos\theta_2}{E_+^{(1)}\cos\theta_1} = \frac{2\zeta_2\cos\theta_2}{\zeta_2\cos\theta_2 + \zeta_1\cos\theta_1}\,,$$

da cui risulta $\tau_\parallel = 1 + \Gamma_\parallel$. Per il riferimento assunto in figura risulta

$$E_-^{(1)} = E_+^{(1)}\Gamma_\parallel\,,$$
$$E_+^{(2)} = E_+^{(1)}\tau_\parallel\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}\,.$$

Polarizzazione perpendicolare



Polarizzazione perpendicolare: geometria del problema.

Coefficiente di riflessione perpendicolare

$$\Gamma_\perp = \frac{\vec{E}^r\cdot\hat{x}}{\vec{E}^i\cdot\hat{x}} = \frac{E_-^{(1)}}{E_+^{(1)}} = \frac{\zeta_2\cos\theta_1 - \zeta_1\cos\theta_2}{\zeta_2\cos\theta_1 + \zeta_1\cos\theta_2}\,.$$

Coefficiente di trasmissione perpendicolare

$$\tau_\perp = \frac{\vec{E}^t\cdot\hat{x}}{\vec{E}^i\cdot\hat{x}} = \frac{E_+^{(2)}}{E_+^{(1)}} = \frac{2\zeta_2\cos\theta_1}{\zeta_2\cos\theta_1 + \zeta_1\cos\theta_2}\,.$$

Analogamente al caso di polarizzazione parallela vale la relazione $\tau_\perp = 1 + \Gamma_\perp$ e per il riferimento assunto in figura risulta

$$E_-^{(1)} = E_+^{(1)}\Gamma_\perp\,,$$
$$E_+^{(2)} = E_+^{(1)}\tau_\perp\,.$$

Energia di un campo elettromagnetico

Teorema di Poynting nel DT

$$\oiint_S \vec{s}\cdot\widehat{n}\,dS + \iiint_V \left(\vec{e}\cdot\frac{\partial\vec{d}}{\partial t} + \vec{h}\cdot\frac{\partial\vec{b}}{\partial t}\right) dV + \iiint_V \sigma|\vec{e}|^2\,dV = -\iiint_V \vec{e}\cdot\vec{j}_0\,dV\,.$$

dove $\vec{s} = \vec{e}\times\vec{h}$.

Teorema di Poynting nel DF

$$\oiint_S \vec{S}_r\cdot\widehat{n}\,dS + \omega\iiint_V \left[\frac{\varepsilon_2|\vec{E}|^2}{2} + \frac{\mu_2|\vec{H}|^2}{2}\right] dV + \iiint_V \frac{\sigma|\vec{E}|^2}{2}\,dV = \\ = -\iiint_V \Re\left[\vec{E}\cdot\vec{J}_0\right] dV\,,$$

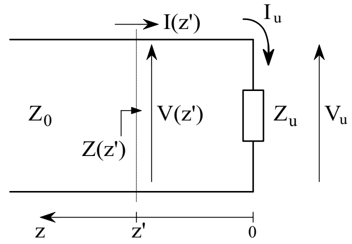
$$\oiint_S \vec{S}_j\cdot\widehat{n}\,dS + 2\omega\iiint_V \left[\frac{\mu_1|\vec{H}|^2}{4} - \frac{\varepsilon_1|\vec{E}|^2}{4}\right] dV = -\iiint_V \Im\left[\vec{E}\cdot\vec{J}_0\right] dV\,.$$

dove $\vec{S} = \vec{S}_r + j\vec{S}_j = (\vec{E}\times\vec{H}^*)/2$.

Vettore di Poynting associato ad un'onda piana omogenea che si propaga in direzione $\hat{k}$

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\,\frac{|\vec{E}|^2}{\zeta^*}\,\hat{k}\,.$$

Linee di Trasmissione



Linea chiusa su un generico carico Z_u.

$$V(z) = V_+\exp(jkz) + V_-\exp(-jkz)\,,$$
$$I(z) = \frac{V_+}{Z_0}\exp(jkz) - \frac{V_-}{Z_0}\exp(-jkz)\,,$$

dove

$$k = \omega\sqrt{L_{eq}C_{eq}} = \beta - j\alpha \in \mathbb{C}\,,\qquad Z_0 = \sqrt{\frac{L_{eq}}{C_{eq}}} \in \mathbb{C}\,,$$
$$L_{eq} = L - jR/\omega\,,\qquad C_{eq} = C - jG/\omega\,.$$

Analisi di una linea di trasmissione chiusa su un generico carico

$$V_+ = \frac{1}{2}\Big(V_u + Z_0 I_u\Big)\,,$$
$$V_- = \frac{1}{2}\Big(V_u - Z_0 I_u\Big)\,,$$
$$V(z) = V_u\cos(kz) + jZ_0 I_u\sin(kz)\,,$$
$$I(z) = I_u\cos(kz) + j\frac{V_u}{Z_0}\sin(kz)\,,$$
$$Z(z) = Z_0\frac{Z_u + jZ_0\tan(kz)}{Z_0 + jZ_u\tan(kz)}\,.$$

Coefficiente di riflessione di tensione $\Gamma(z)$ (di corrente $\Gamma_I(z)$)

$$\Gamma(z) = -\Gamma_I(z) = \frac{V_- \exp(-jkz)}{V_+ \exp(jkz)} = \frac{V_-}{V_+} \exp(-j2kz)\,,$$

$$\Gamma(0) = \frac{V_-}{V_+}\,, \qquad \Gamma(z) = \Gamma(0)\exp(-j2kz)\,,$$

$$V(z) = V_+ \exp(jkz)\Big\{1 + \Gamma(z)\Big\}\,,$$

$$I(z) = \frac{V_+}{Z_0} \exp(jkz)\Big\{1 - \Gamma(z)\Big\}\,,$$

$$Z(z) = Z_0 \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}\,,$$

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0}\,.$$

Potenza in una linea di trasmissione

Potenza complessa fluente attraverso una generica sezione trasversa

$$P(z) = \frac{1}{2} V(z) I^*(z) = \frac{1}{2} \frac{|V_+|^2 \exp(-2\mathcal{I}m\{k\}z)}{Z_0^*} \left\{ \left[1 - |\Gamma(z)|^2\right] + \left[\Gamma(z) - \Gamma^*(z)\right] \right\}\,.$$

Per una linea priva di perdite ($R = G = 0 \Rightarrow k = \beta \in \mathbb{R}, Z_0 = R_0 \in \mathbb{R}$)

Potenza attiva

$$P_a = \frac{1}{2} \frac{|V_+|^2}{R_0} \left[1 - |\Gamma(z)|^2\right]\,.$$

Potenza reattiva

$$P_j = \frac{1}{2} \frac{|V_+|^2}{R_0} \left[\Gamma(z) - \Gamma^*(z)\right]\,.$$

Potenza progressiva $Z_u = R_0$

$$P_p = \frac{1}{2} \frac{|V_g|^2}{|R_0 + Z_g|^2} R_0\,.$$

Potenza disponibile $Z_{in} = Z_g^*$

$$P_d = \frac{1}{8} \frac{|V_g|^2}{\Re\{Z_g\}}\,.$$

Nel caso in cui $Z_u = R_0$ e $Z_g = R_0$ si ottiene

$$P_{max} = \frac{1}{8} \frac{|V_g|^2}{R_0}\,.$$

Linee con perdite

Ipotesi di linea con piccole perdite

$$R \ll \omega L\,, \qquad G \ll \omega C\,,$$

arrestando lo sviluppo di Taylor al primo ordine

$$k \simeq = \beta - j\alpha\,, \qquad \text{dove}$$

$$\beta \simeq \omega\sqrt{LC}\,,$$

$$\alpha \simeq \frac{1}{2}\sqrt{LC}\left[\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{R_0} + R_0 G\right]\,,$$

con $R_0 = \sqrt{L/C}$ si è indicata l'impedenza caratteristica che la linea presenterebbe in assenza di perdite,

$$Z_0 \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}\left[1 + j\,\frac{1}{2}\left(\frac{G}{\omega C} - \frac{R}{\omega L}\right)\right] = R_0 + jX_0\,.$$

Considerando nello sviluppo di Taylor anche il termini quadratici:

$$\beta \simeq \omega\sqrt{LC}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{G}{2\omega C} - \frac{R}{2\omega L}\right)^2\right]\,,$$

$$\alpha \simeq \frac{1}{2}\sqrt{LC}\left[\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{R_0} + R_0 G\right]\,,$$

$$Z_0 \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}\left[1 + \frac{R^2}{8\omega^2 L^2} - \frac{3G^2}{8\omega^2 C^2} + \frac{RG}{4\omega^2 LC} + j\,\frac{1}{2}\left(\frac{G}{\omega C} - \frac{R}{\omega L}\right)\right] \simeq R_0'\,.$$

Effetto della rugosità

$$\alpha = \alpha_s\left[1 + \frac{2}{\pi}\arctan\Big(1.4\,\Delta^2/\delta^2\Big)\right]\,,$$

dove α_s è la costante di attenuazione valutata nel caso di conduttori perfettamente lisci, Δ è la rugosità superficiale media e δ la profondità di penetrazione del conduttore.

Condizione di Heaviside

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{G}{\omega C}\,, \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_0 \in \mathbb{R}^+\,, \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}\,, \qquad \alpha = R/R_0 > 0\,.$$

Comportamento di una linea per particolari valori del carico

Le linee sono supposte prive di perdite ($R = G = 0$) per cui

$$k = \beta \in \mathbb{R}^+ , \qquad Z_0 = R_0 \in \mathbb{R}^+ .$$

Linea chiusa sulla propria impedenza caratteristica

Linea chiusa su un carico $Z_u = R_0$

$$\begin{aligned} V_+ &= V_u , \qquad V_- = 0 , \\ \Gamma(z) &= 0 , \\ V(z) &= V_u \exp(j\beta z) = |V_u| \exp(j\phi_u) \exp(j\beta z) , \\ I(z) &= \frac{V_u}{R_0} \exp(j\beta z) = \frac{|V_u|}{R_0} \exp(j\phi_u) \exp(j\beta z) , \\ Z(z) &= R_0 . \end{aligned}$$

Linea chiusa in corto circuito

Linea chiusa su un carico ai capi del quale la tensione risulta nulla ($V_u = 0$)

$$\begin{aligned} V_+ &= \frac{1}{2} I_u R_0 , \qquad V_- = -V_+ , \\ \Gamma(z) &= -\exp(-j2\beta z) , \\ V(z) &= 2jV_+ \sin(\beta z) = jI_u R_0 \sin(\beta z) , \\ I(z) &= 2\frac{V_+}{R_0} \cos(\beta z) = I_u \cos(\beta z) , \\ Z(z) &= jR_0 \tan(\beta z) . \end{aligned}$$

Linea chiusa in circuito aperto

Linea chiusa su un carico su cui scorre una corrente nulla ($I_u = 0$)

$$\begin{aligned} V_+ &= \frac{1}{2} V_u , \qquad V_- = V_+ , \\ \Gamma(z) &= \exp(-j2\beta z) , \\ V(z) &= 2V_+ \cos(\beta z) = V_u \cos(\beta z) , \\ I(z) &= 2j\frac{V_+}{R_0} \sin(\beta z) = j\frac{V_u}{R_0} \sin(\beta z) , \\ Z(z) &= -jR_0 \cot(\beta z) . \end{aligned}$$

Rapporto d'onda stazionaria

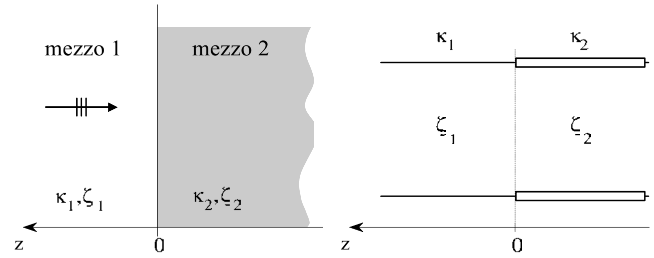
$$(ROS) = \frac{|V(z)|_{max}}{|V(z)|_{min}} = \frac{1 + |\Gamma(z)|}{1 - |\Gamma(z)|} ,$$

$$|\Gamma(z)| = |\Gamma(0)| = \frac{(ROS) - 1}{(ROS) + 1} ,$$

$$\begin{aligned} |Z(z)|_{max} &= R_0 \frac{1 + |\Gamma(0)|}{1 - |\Gamma(0)|} = R_0 \, (ROS) , \\ |Z(z)|_{min} &= R_0 \frac{1 - |\Gamma(0)|}{1 + |\Gamma(0)|} = \frac{R_0}{(ROS)} . \end{aligned}$$

Analogia onda piana/linea di trasmissione

Incidenza ortogonale



Equivalenza onda piana/linea di trasmissione: incidenza ortogonale.

$$E_{x,y} \leftrightarrow V , \qquad H_{y,x} \leftrightarrow I , \qquad \mu \leftrightarrow L_{eq} , \qquad \varepsilon \leftrightarrow C_{eq} ,$$

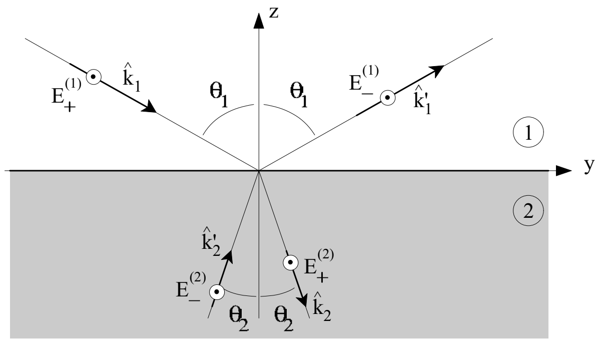
Mezzo 2 conduttore elettrico perfetto ↔ corto circuito

$$\hat{n} \times \vec{E}_1(z)\Big|_{z=0} = 0 \leftrightarrow V_1(z)|_{z=0} = 0 .$$

Mezzo 2 conduttore magnetico perfetto ↔ circuito aperto

$$\hat{n} \times \vec{H}_1(z)\Big|_{z=0} = 0 \leftrightarrow I_1(z)|_{z=0} = 0 .$$

Polarizzazione perpendicolare (caso TE_z)



Incidenza obliqua di una onda piana su un semispazio materiale: polarizzazione perpendicolare (caso TE_z).

Equivalenza per il generico n–esimo semispazio

$$V_+^{(n)} \equiv E_+^{(n)}\,,$$
$$V_-^{(n)} \equiv E_-^{(n)}\,,$$
$$k_{zn} = k_n \cos\theta_n\,, \qquad k_{yn} = k_n \sin\theta_n\,,$$
$$Z_n = \frac{\zeta_n}{\cos\theta_n} = \frac{\omega\mu_n}{k_{zn}}\,.$$

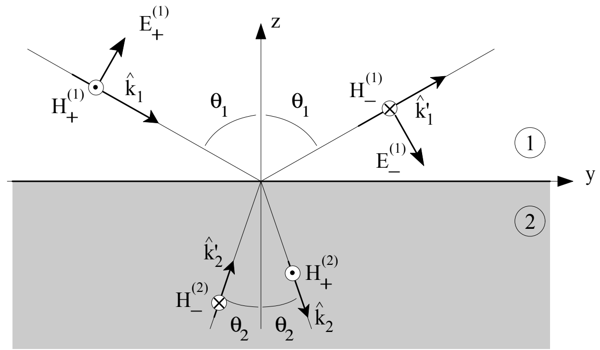
Componenti del campo totale nel generico n–esimo semispazio:

$$E_{xn}(y,z) = \exp(-jk_{yn}y)\,V_n(z)\,,$$
$$H_{yn}(y,z) = -\exp(-jk_{yn}y)\,I_n(z)\,,$$
$$H_{zn}(y,z) = -\exp(-jk_{yn}y)\frac{\sin\theta_n}{\zeta_n}\,V_n(z)\,,$$

dove

$$V_n(z) = \left[V_+^{(n)}\exp(jk_{zn}z) + V_-^{(n)}\exp(-jk_{zn}z)\right]\,,$$
$$I_n(z) = \left[\frac{V_+^{(n)}}{Z_n}\exp(jk_{zn}z) - \frac{V_-^{(n)}}{Z_n}\exp(-jk_{zn}z)\right]\,.$$

Polarizzazione parallela (caso TM_z)



Incidenza obliqua di una onda piana su un semispazio materiale: polarizzazione parallela (caso TM_z).

Equivalenza per il generico n–esimo semispazio

$$V_+^{(n)} \equiv E_+^{(n)}\cos\theta_n\,,$$
$$V_-^{(n)} \equiv E_-^{(n)}\cos\theta_n\,,$$
$$k_{zn} = k_n \cos\theta_n\,, \qquad k_{yn} = k_n \sin\theta_n\,,$$
$$Z_n = \zeta_n\cos\theta_n = \frac{k_{zn}}{\omega\varepsilon_n}\,.$$

Componenti del campo totale nel generico n–esimo semispazio:

$$H_{xn}(y,z) = \exp(-jk_{yn}y)\,I_n(z)\,,$$
$$E_{yn}(y,z) = \exp(-jk_{yn}y)\,V_n(z)\,,$$
$$E_{zn}(y,z) = \exp(-jk_{yn}y)\zeta_n\sin\theta_n\,I_n(z)\,,$$

dove

$$V_n(z) = \left[V_+^{(n)}\exp(jk_{zn}z) + V_-^{(n)}\exp(-jk_{zn}z)\right]\,,$$
$$I_n(z) = \left[\frac{V_+^{(n)}}{Z_n}\exp(jk_{zn}z) - \frac{V_-^{(n)}}{Z_n}\exp(-jk_{zn}z)\right]\,.$$